2020 年广东省高等职业院校招收中等职业学校毕业生模拟考试

数学试卷答案

一、选择题

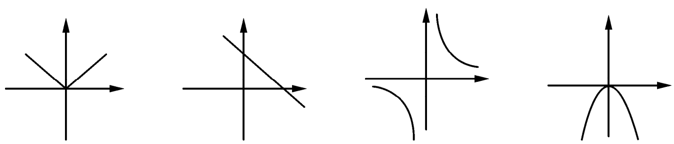
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
答案	A	B	B	A	B	A	B	C	D	C	B	D	C	B	D

1.【解析】由 $|x|=2$ 得 $x=\pm 2$，$\therefore A=\{-2,2\}$，$\therefore A\cap B=\{2\}$，选 A.

2.【解析】由 $2x-3\geqslant 0$ 得 $x\geqslant \dfrac{3}{2}$，选 B.

3.【解析】由 $x^2-2x-3=0$ 得 $(x+1)(x-3)=0$，解得：$x_1=-1$，$x_2=3$，函数图像开口向上，由题可知取 x 轴下方部分，选 B.

4.【解析】各个函数图像分别如下：



$y=|x|$　　$y=1-x$　　$y=\dfrac{1}{x}$　　$y=-x^2$，选 A.

5.【解析】$ab=0 \nRightarrow a=0$ 且 $b=0$，选 B.

6.【解析】由题可知椭圆焦点在 x 轴，且 $c=2$，$a=\sqrt{3}$，由 $b^2=c^2-a^2=1$，选 A.

7.【解析】由等差数列的定义可知公差 $d=2$，$\therefore a_{50}=a_1+49d=1+49\times 2=99$，选 B.

8.【解析】由余弦定理得，$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=4$，$\therefore b=2$，选 C.

9.【解析】记红球为 A，B，白球为 a，b，则从四个球中任取两个有 6 种情况：AB，Aa，Ab，Ba，Bb，ab，其中两球颜色相同的有 2 种情况：AB，ab，所以所求概率为 $P=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$，选 D.

10.【解析】设所求直线方程为：$3x-y+m=0$，将点 P 代入方程得：$3\times 2-(-1)+m=0$，$\therefore m=-7$，选 C.

11.【解析】由 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 得 $\cos^2\alpha=1-\sin^2\alpha=\dfrac{16}{25}$，已知 α 是第二象限的角，$\therefore \cos\alpha=-\dfrac{4}{5}$，$\therefore \tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\dfrac{3}{4}$，选 B.

12.【解析】$\because$ 函数 $y=\log_{\frac{1}{4}}x$ 是减函数，$\therefore$ 由 $\log_{\frac{1}{4}}a>\log_{\frac{1}{4}}b>0=\log_{\frac{1}{4}}1$，得 $0<a<b<1$，选 D.

13.【解析】$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}=(1,-2)+2(-3,4)=(1,-2)+(-6,8)=(-5,6)$，$(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=(-5,6)\cdot(3,2)=(-5)\times 3+6\times 2=-3$，选 C.

14.【解析】$a_n=a_1q^{n-1}=21\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$，$\therefore a_4=\dfrac{21}{8}$，$a_5=\dfrac{21}{16}$，$a_6=\dfrac{21}{32}$，$a_7=\dfrac{21}{64}$，分子分母相差最小为 a_5，选 B.

15.【解析】$-f(1)+g(1)=2$，$f(1)+g(1)=4$，两式相加，得 $2g(1)=6$，$g(1)=3$. 选 D.

二、填空题

16. （3，5）　　17. 5　　18. 9　　19. 1　　20. $\omega=2$，$\varphi=\frac{\pi}{3}$

16. 【解析】设点 Q 的坐标为（x，y），则 $\overrightarrow{PQ}=(x-1,y-2)=(2,3)$ 由 $\begin{cases}x-1=2\\y-2=3\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=3\\y=5\end{cases}$，∴ 点 Q 的坐标为（3，5）.

17. 【解析】$y^2=2px$，得 $2p=10$，∴ $p=5$，∴ 焦点到准线的距离为 5.

18. 【解析】
$$\begin{aligned}\bar{x}&=\frac{1}{5}[(a_1+5)+(a_2-5)+(a_3+5)+(a_4-5)+(a_5+5)]\\&=\frac{1}{5}(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+5)\\&=\frac{1}{5}(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5)+\frac{1}{5}\times5\\&=8+1\\&=9.\end{aligned}$$

19. 【解析】$f(2)=\log_2 2=1$.

20. 【解析】$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\pi}=2$，由 $f(0)=\sqrt{3}$ 得：$\sqrt{3}=2\sin(2\times0+\varphi)$，∴ $\sin\varphi=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

已知 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，∴ $\varphi=\frac{\pi}{3}$.

三、解答题

21. （本题共 12 分）

解：（1）∵ $S_{\triangle PBQ}=\frac{1}{2}\cdot PB\cdot QB$　……（2 分）

$PB=AB-AP=4-x$，$BQ=2x$，

∴ $y=\frac{1}{2}\times(4-x)\times2x$，　……（4 分）

即 $y=-x^2+4x$，其中 $0<x\leqslant4$；　……（6 分）

（2）由（1）知 $y=-x^2+4x$，花圃面积为：$S=12\times4=48$，　……（8 分）

∴ $-x^2+4x=48\times\frac{1}{16}$，　……（9 分）

解得 $x=1$ 或 $x=3$　……（11 分）

答：当工人工作 1 秒或 3 秒时 $\triangle PBQ$ 的面积为花圃面积的 $\frac{1}{16}$.　……（12 分）

22. （本题共 12 分）

解：（1）由正弦定理 $\frac{c}{\sin C}=\frac{a}{\sin A}$ 得，$a\sin C=c\sin A$，

已知 $c\sin A+\sqrt{3}a\cos C=0$，∴ $a\sin C+\sqrt{3}a\cos C=0$，　……（2 分）

∴ $\sin C=-\sqrt{3}\cos C$，　……（3 分）

∴ $\tan C=\frac{\sin C}{\cos C}=-\sqrt{3}$，　……（4 分）

又∵ $C\in(0,\pi)$，

在$\triangle ABC$中，$C=\dfrac{2\pi}{3}$；　　……（6分）

（2）由$\sin^2A+\cos^2A=1$得$\sin^2A=1-\cos^2A=\dfrac{9}{25}$，

在$\triangle ABC$中，$\sin A=\dfrac{3}{5}$，　　……（8分）

$\sin C=\sin\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos C=\cos\dfrac{2\pi}{3}=-\dfrac{1}{2}$，

$\sin B=\sin(\pi-B)=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\dfrac{3}{5}\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{4}{5}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=$

$\dfrac{4\sqrt{3}-3}{10}$，　　（10分）

由$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$得$b=\dfrac{c\sin B}{\sin C}=4\sqrt{3}-3$.　　……（12分）

23.（本题共12分）

解：在等差数列$\{a_n\}$中，记公差为d，

（1）$\because a_2+a_5=a_3+a_4=12$，由已知得：

$\begin{cases}a_3a_4=35\\a_3+a_4=12\end{cases}$，解得$\begin{cases}(a_1+2d)(a_1+3d)=35\\(a_1+2d)+(a_1+3d)=12\end{cases}$，　　……（2分）

解得$\begin{cases}a_1=1\\d=2\end{cases}$，　　……（5分）

$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=1+(n-1)\times 2=2n-1\ (n\in\boldsymbol{N}^+)$；　　……（7分）

（2）由（1）得：$a_{n+1}=2n+1$，

$\therefore\dfrac{1}{a_na_{n+1}}=\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2n-1}-\dfrac{1}{2n+1}\right)$　　……（9分）

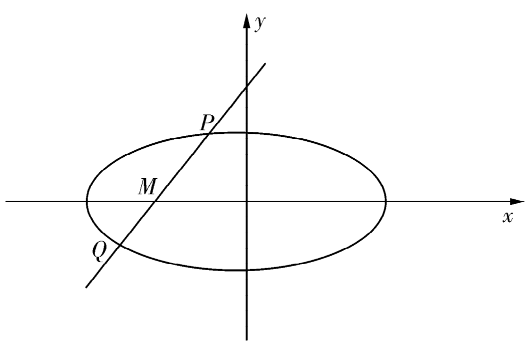
$$T_n=\frac{1}{a_1a_2}+\frac{1}{a_2a_3}+\frac{1}{a_3a_4}+\cdots+\frac{1}{(2n-3)(2n-1)}+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$=\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\cdots+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2n-3}-\frac{1}{2n-1}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)$$

$=\dfrac{n}{2n+1}$.　　……（12分）

24.（本题共14分）



解：（1）抛物线$y^2=8x$的焦点为$A(2,0)$，依题意可知$a=2$，　　……（3分）

因为离心率$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以$c=\sqrt{3}$，

……（3分）

故$b^2=a^2-c^2=1$，　　……（5分）

所以椭圆 C 的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$；　……（6 分）

（2）设直线 l 的方程式为 $y=kx+\sqrt{2}$，

由 $\begin{cases} y=kx+\sqrt{2} \\ x^2+4y^2=4 \end{cases}$，

消去 y 可得（$4k^2+1$）$x^2+8\sqrt{2}kx+4=0$，　……（8 分）

因为直线 l 与椭圆 C 相交于 P，Q 两点，

所以 $\Delta=128k^2-16$（$4k^2+1$）>0，

解得 $|k|>\dfrac{1}{2}$，　……（9 分）

又 $x_1+x_2=-\dfrac{8\sqrt{2}k}{4k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{4}{4k^2+1}$，　……（10 分）

设 P（x_1，y_1），Q（x_2，y_2），PQ 中点 M（x_0，y_0），

因为线段 PQ 的中点横坐标是$-\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$，

所以 $x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{-4\sqrt{2}k}{4k^2+1}=-\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$，　……（11 分）

解得 $k=1$ 或 $k=\dfrac{1}{4}$，　……（13 分）

因为 $|k|>\dfrac{1}{2}$，所以 $k=1$，

因此所求直线 l 的方程为 $y=x+\sqrt{2}$.　……（14 分）